DEVELOPPER, FACTORISER, IDENTITES REMARQUABLES

I. Développement

1) Règles de distributivité :

Définition et propriétés : Développer une expression, c'est transformer un produit en une somme ou une différence.

Pour n'importe quels nombres a, b, c, d, k :

- $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Et donc en particulier:

- $k(a + b) = ka + kb$
- $k(a - b) = ka - kb$

Exemples : Développer et réduire les expressions suivantes :

$(2x - 3)(5x + 1)$ $\quad$ $3(x + 2)$ $\quad$ $2(3x - 4)$

- $$\begin{aligned}(2x - 3)(5x + 1) &= 2x \times 5x + 2x \times 1 + (-3) \times 5x + (-3) \times 1\\ &= 10x^2 + 2x - 15x - 3\\ &= 10x^2 - 13x - 3\end{aligned}$$
- $3(x + 2) = 3 \times x + 3 \times 2 = 3x + 6$
- $2(3x - 4) = 2 \times 3x - 2 \times 4 = 6x - 8$

2) Identités remarquables

a. Carré d'une somme :

Activité1 : carré d'une somme

Propriété : Pour n'importe quels nombres a et b, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Exemple : $(3x + 2)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4$

Application au calcul mental : $101^2 = \ldots = 10201$

b. Carré d'une différence :

Activité2 : carré d'une différence

Propriété : Pour n'importe quels nombres a et b, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Exemple : $(x - 5)^2 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25$

Application au calcul mental : $99^2 = \ldots = 9801$

c. Produit d'une somme de deux termes par leur différence :

Activité3 : produit d'une somme de deux termes par leur différence

Propriété : Pour n'importe quels nombres a et b, $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

Exemple : $(2x+10)(2x-10) = (2x)^2 - 10^2 = 4x^2 - 100$

Application au calcul mental : $102 \times 98 = \ldots = 9996$

II. Factorisation

Définition : Factoriser une expression, c'est transformer une somme ou une différence en un produit de facteurs.

1) Factoriser avec un facteur commun :

Propriété : Pour tout nombres a, b et k :
- $ka + kb = k(a + b)$
- $ka - kb = k(a - b)$

Exemples : Factoriser les expressions suivantes en mettant en évidence un facteur commun
$2x^2 - 8x$ $(x-5)(2x+3) - (x-5)(x+2)$

- $2x^2 - 8x = 2x \times x + 2x \times (-4) = 2x(x-4)$
- $(x-5)(2x+3) - (x-5)(x+2) = (x-5)[(2x+3) - (x+2)]$
  $= (x-5)(2x+3-x-2)$
  $= (x-5)(x+1)$

2) Factoriser avec les identités remarquables :

Propriétés : Pour tout nombres a et b,
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Exemples : Factoriser les expressions suivantes à l'aide d'une des identités remarquables
$x^2 + 6x + 9$ $25x^2 - 10x + 1$ $16x^2 - 49$

- $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x+3)^2$
- $25x^2 - 10x + 1 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 1 + 1^2 = (5x-1)^2$
- $16x^2 - 49 = (4x)^2 - 7^2 = (4x-7)(4x+7)$

III. Equation produit

Activité4 : produit nul et équation produit

Propriété : Si l'un des facteurs d'un produit est nul alors ce produit est nul
(Autrement dit, pour tout x, $0 \times x = 0$)

Propriété : Si un produit de facteurs est nul alors l'un, au moins, des facteurs est nul.
Autrement dit, si $a \times b = 0$, alors $a = 0$ ou $b = 0$

Exemples : Résoudre l'équation $(x-6)(8-5x) = 0$

On cherche à résoudre l'équation $(x-6)(8-5x) = 0$
Or Si un produit de facteur est nul alors l'un au moins des facteurs est nul
On est ramené à la résolution de deux équations du premier degré à une inconnue

$x - 6 = 0$	$8 - 5x = 0$
$x = 6$	$8 = 5x$
	$x = \frac{8}{5}$

Les solutions de l'équation sont 6 et $\frac{8}{5}$